

Appel à projets // Fiche de synthèse

Nom du projet	Savoirs implicites : au-delà des mathématiques officielles !
Structure porteuse	Laboratoire Sauvage
Type de structure (association, société savante...)	Association de loi 1901
Site internet	https://laboratoire-sauvage.fr/
Porteur(s) de projet	Jérémy Berry
Adresse mail de contact	jeremy@laboratoire-sauvage.fr
Médiation en : Info / Math / Math & Info	Math & Info
Lieu de déroulement	Vandœuvre-lès-Nancy
Dates de déroulement	4-8 juillet 2022
Public visé	Élèves de Terminale, voire de Première
Nombre de jeunes attendu.e.s	10-15
Localisation géographique de la structure porteuse	13 rue d'Amsterdam, 54500 Vandœuvre-lès-Nancy
Zone géographique impactée	Lorraine
Autres partenaires scientifiques ou pédagogiques	Possibilités à étudier : MJC Nomade (possible) ou Institut Élie Cartan (sous réserve d'acceptation)
Subvention	8000 euros

Fondation Blaise Pascal

L'Atrium, 43 boulevard du 11 novembre 1918 – 69100 VILLEURBANNE

www.fondation-blaise-pascal.org

Sous égide de la Fondation pour l'Université de Lyon

demandée	
Budget global du projet	14840 euros
Détails budget : à quoi va servir la subvention ? (payer du personnel, du matériel...)	<ul style="list-style-type: none"> • Frais de transport pour le porteur de projet afin de rencontrer des chercheurs pour compléter le matériel pédagogique. • Frais de transport pour les chercheurs et les chercheuses venant faire un témoignage pour les jeunes bénéficiaires. • Réservation logements pour les bénéficiaires (enfants de l'école d'été), pour les repas et pour les activités supplémentaires autour de l'école d'été (visite de Nancy, sorties pédagogiques).
Pensez-vous pérenniser le projet ? Si oui, de quelle façon ?	
Oui : <ul style="list-style-type: none"> • Nous publierons l'ensemble du matériel didactique sous la forme d'un livre (un partenariat sera cherché auprès d'un éditeur spécialisé), de notebooks Jupyter et les code et les plans pour les impressions 3D seront rendus libres (dépôt dans un référentiel GitHub), afin de les mettre à disposition de toute association ou de toute institution qui en aurait l'utilité (voir les objectifs qualitatif dans le rapport pour des détails). • Ce matériel aura pour but de proposer une façon complémentaire de faire découvrir les mathématiques, à l'image du projet didactique d'Alexis Clairaut il y a plus de deux siècles. La matière sera telle qu'elle pourra être utilisée pour plusieurs publics, de la Terminale à la Licence 3. 	
Pensez-vous faire une évaluation de l'impact du projet sur l'orientation des jeunes ? Si oui, de quelle façon ?	
Oui : <ul style="list-style-type: none"> • Nous aimerions effectuer un suivi longitudinal du devenir de ces jeunes, savoir notamment si cette école d'été contribue à augmenter leur chance de réussir la première année dans le Supérieur par rapport à la moyenne de leur cursus. • Des questionnaires pré- et post-école d'été sur leur perception des mathématiques et leur sentiment de « capabilité » associé. 	

École d'été : « Savoirs implicites »

Nature

Constat et hypothèses de travail

Cette partie sert à placer un cadre explicitant les raisons motivant le dépôt de ce dossier. Je vais poser quelques hypothèses de travail au travers d'une mise en perspective allégée.

Dans la plupart des pays de l'OCDE, la **désaffection** des étudiants pour les sciences « dures » est présente depuis des décennies. Pour les mathématiques, la situation semble encore pire : c'est la seule matière où il semble que ce soit une fierté de clamer sa « nullité » chez les élèves. « J'suis nul en maths, j'suis normal quoi ». Se définissant par rejet, un élève se coupe alors volontairement d'un moyen extraordinaire de cultiver sa créativité, sans parler d'un moyen de développer sa résistance à l'effort intellectuel et sa littérature scientifique. Je fais l'hypothèse que derrière ce ressenti négatif associé aux mathématiques se cache des problèmes profonds, qui heureusement ne sont je pense, que **conjoncturels**. Voici ces problèmes supposés :

1. L'enseignement des mathématiques dans le Supérieur se fait par l'**abstrait**, mais ce n'est pas une fatalité !
2. Les **concepts** mathématiques sont très peu enseignés dans le Supérieur, pour autant que je puisse en juger, puisque l'on met l'accent sur les **méthodes**¹. Je pense que cela conduit à des images mentales défailantes et à du bachotage.
3. Les concepts tout au long de l'enfance sont enseignés par des parents ou des proches informés, résultat : certains enfants bénéficient de « **savoirs implicites** » qui leur donnent une longueur d'avance, telle une petite différence qui s'accroît avec le temps. Les mathématiques étant une science plutôt *cumulative*, cet avantage devient énorme avant même l'entrée dans l'enseignement Supérieur et les laissés-pour-compte accumulent une « dette des heuristiques » trop lourde à combler seul.
4. L'enseignement en mathématiques « **motivé** » rarement les notions vues². L'enseignement descend du Ciel des Idées de Platon. Ce n'est pas une fatalité !
5. Les enseignants souffrent souvent de la « **malédiction de la connaissance** »³, un *biais cognitif* identifié par la psychologie, qui diminue fortement la valeur ajoutée de leurs explications sans qu'ils n'en prennent conscience, pensant simplement que les étudiants sont inaptes et que ce qu'ils disent est pourtant clair.

1 Ce qui d'ailleurs semble conduire à un effet pervers : les cours sont de moins en moins intéressants, donc on les simplifie (encore moins de concepts, juste quelques méthodes de calculs et des examens qui consistent à effectuer des exercices purement calculatoires, bêtes et sans intérêt), ce qui diminue encore l'intérêt que pourraient y trouver les étudiants, ce qui conduit à une démission ou du bachotage de leur côté, et à la dépression chez les enseignants, et surtout à itérer le cycle à nouveau.

2 Voir ce billet d'opinion sur la nécessité d'introduire les notions au lieu de donner directement les définitions du cours parachutés du Ciel : <http://perso.numericable.fr/azizelkacimi/LogarithmeExponentielle.pdf>.

3 Voir ce billet d'opinion au sujet de l'enseignement de la physique : <https://jakobschwichtenberg.com/curse-of-knowledge/>.

6. La géométrie disparaît au profit de l'algèbre, ce qui renforce l'assèchement des images mentales. Aujourd'hui, la géométrie n'est souvent qu'un chapitre de l'algèbre linéaire avant la Licence 3.
7. Il est difficile de rivaliser avec toutes les **distractions** d'aujourd'hui pour les élèves. Que peuvent les mathématiques enseignées face, par exemple, aux jeux vidéos ou aux voyages dont sont friands les jeunes ?
8. Il y a un mal-être fort des enseignants, cela semble structurel pour une part (dégradation de l'image de l'enseignant auprès du public, faible valorisation du salaire) et conjoncturel pour une autre part (souffrance d'enseigner les mathématiques, pour des détails, voir le rapport Villani « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques », notamment la page 7).
9. Les mathématiques jouissent d'une aura de difficulté exceptionnelle, où seuls des « génies » peuvent percer, conduisant à beaucoup d'auto-censure. Ce mythe du génie solitaire est malheureusement entretenu dans les documentaires ou la déférence qu'inspirent de grands noms à des enseignants. Il semble important de désacraliser la position de chercheur, non pour les rendre moins prestigieux, mais pour les rendre accessibles dans l'esprit des jeunes.

Quelles pistes explorer pour chacun de ces points ?

Solution proposée

La France dispose d'un système qui repère d'excellents élèves et qui les entraînent pour les ENS lors des CPGE. Ce semble être une très bonne chose, qui maintient l'école française de mathématiques dans les premières mondiales selon les critères.

Toutefois, cela semble en contre-partie repousser une majeure partie des élèves (donc la population active future) loin des mathématiques.

J'aimerais contribuer à proposer une ressource, sous forme d'un livre de « savoirs implicites » notamment, qui pourrait **réconcilier** les élèves bénéficiaires avec les mathématiques. Le lien avec l'**école d'été** est explicité à la fin de cette section. Voici ce qui est proposé respectivement pour chaque point énoncé plus haut :

1. L'écueil de l'abstrait :

- Le livre se basera sur la méthode d'Alexis Clairaut dans ses *Éléments de géométrie* : du concret vers l'abstrait, avec des théorèmes « faux » que l'on corrigera/affinera au fur et à mesure autour de problématiques concrètes adaptées aux préoccupations du public⁴.
- Le livre se basera aussi sur la méthode de la mathématicienne Emma Castelnuovo : faire comprendre les *transformations* par des méthodes *constructives* et *dynamiques*, au lieu des figures statiques, afin de donner à mieux comprendre les propriétés qui se conservent et de pouvoir classer les phénomènes. Des plans d'objets imprimables avec une imprimante 3D seront mis à disposition pour compléter le livre.

4 Par exemple les entraîner à pouvoir basculer facilement d'une géométrie à une autre, à celle qui sera plus commode pour comprendre un problème : la géométrie SNCF avec sa métrique associée, la géométrie des réseaux sociaux ou encore la géométrie hyperbolique du caleçon à la place des terrains des *Éléments de géométrie* de Clairaut. À noter qu'historiquement, on a déjà pu exhiber des « exceptions » à des théorèmes établis, comme Abel le fit avec Cauchy (voir : <https://ljk.imag.fr/membres/Bernard.Ycart/mel/cu/cu.pdf>, page 53). Cela ne semble donc pas violer la pratique du mathématicien professionnel.

2. **L'écueil des méthodes sans les concepts** : solution mutualisée avec le point précédent, où l'on prendra soin d'introduire les concepts au lieu de se contenter de leur définition. Expliquer des concepts a déjà été fait, notamment par Hilbert, qui écrivit un célèbre livre issu d'un cours qu'il donna pour redonner goût aux mathématiques par la géométrie : *Geometry and Imagination*. Ce livre a été écrit presque comme un roman et Hilbert voulait, semble-t-il, que le calcul ne voile pas les concepts et ne défavorise pas leur compréhension. Ma démarche est ici la même. L'idée est de ne pas se contenter des définitions, mais de les imaginer ou de les construire avec un objet physique pour comprendre ses propriétés expérimentalement et montrer que les mathématiques peuvent aussi être une science expérimentale.
3. **L'écueil des savoirs implicites comme héritage familial** : l'environnement d'un enfant est très important pour son éducation mathématique, dans lequel il acquiert des heuristiques et des « savoirs implicites ». Écrire un livre actualisé qui expliciterait ces savoirs implicites à destination des curieux des mathématiques, qui voudraient mieux comprendre ce qui se cache derrière leur programme, voire apprécier les mathématiques. Cette démarche a déjà été faite plusieurs fois dans l'histoire, chaque fois avec des angles particuliers :
 - *Qu'est-ce que les mathématiques - Une introduction élémentaire aux idées et aux méthodes* par Courant et Robbins
 - *Mathématiques : leur contenu, leurs méthodes, leur signification* par Alexandrov, Kolmogorov et Lavrentiev.
 - Expliciter des heuristiques qui sont acquises par un long entraînement dont l'enfant n'a pas toujours conscience, puisqu'il ne fait que jouer pour lui. En effet, des biographies des grands mathématiciens⁵ semblent étayer qu'il n'y a pas tant du « **génie** » qu'une éducation valorisant l'autonomie de l'enfant et sa curiosité en le guidant initialement. Il entre alors dans un long processus sans s'en rendre compte. À dix-sept ans, Kolmogorov par exemple semble avoir déjà onze ans de « pratiques mathématiques » derrière lui.
4. **L'écueil de la non-motivation des concepts** : solution commune aux points (1) et (2).
5. **L'écueil de la « malédiction de la connaissance »** : n'étant pas enseignant, étant toujours un débutant en mathématiques, et surtout ayant le désir d'apprendre les mathématiques, je suis en position de fournir un travail que je ne pourrais plus fournir par la suite : celui d'écrire un livre de « savoirs implicites » clair pour les étudiants débutants⁶. Avec votre appui financier et symbolique, je me sentirai plus légitime d'aller solliciter des enseignants pour compléter ce travail d'éclaircissement de concepts fondamentaux pour leur demander des compléments sur des notions dont ils seraient les spécialistes, puis de rassembler le tout dans un livre. Celui-ci aura pour but d'être consulté pendant les vacances d'été pour préparer à l'année suivante.

5 De Kolmogorov à Tao Terence, il suffit de voir leur éducation dans l'enfance pour s'autoriser à considérer l'hypothèse qu'une éducation qui favorise la curiosité et le tâtonnement semble produire une forte inclination pour les mathématiques. Côté physique, cela se voit aussi avec Feynman, de Broglie et Einstein. Bien sûr, ce ne sont que des exemples, pas des preuves. Serait-il possible d'insuffler cela chez des lycéens ou serait-ce « trop tard » ?

6 Voir un billet d'opinion qui influence l'idée de ce dossier : <https://jakobschwichtenberg.com/one-thing/>.

- Une grande partie sera dédiée à préparer une Licence 1, voire à servir pour une « Licence 0 » (une année de mise à niveau dans le cadre des parcours dit de « licence en quatre ans »), en expliquant la démarche, les concepts et les méthodes, mais aussi des intuitions en revenant sur les bases.
 - Qu'est-ce qu'un nombre négatif ? Pourquoi « moins par moins donne plus » ?
 - Qu'est-ce qu'un nombre complexe ? Revenir sur l'appellation de Gauss : « nombre latéral », pour souligner leur rôle dans les rotations.
 - Prendre conscience du prodige de certaines opérations, comme la dérivation qui calcule une infinité de pentes en une seule fois, ou l'intégrale qui transforme une infinité de produits en une simple différence ! Les mathématiques sont en partie cela : trouver des moyens astucieux de simplifier des calculs auparavant insurmontables.
 - Puis en fin de L1, une partie expliquerait ce qui est nécessaire pour la L2.
 - De même pour la L3.
6. **L'écueil de la disparition de la géométrie se fondant dans l'algèbre** : en mettant en avant les transformations à l'œuvre avec du matériel imprimé en 3D. Les fichiers pour imprimer les pièces seront mis à disposition. Cela semble d'ailleurs encouragé dans le rapport Villani « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques » : c'est la mesure numéro 4.
 7. **L'écueil de la guerre pour l'attention** : en attirant leur attention sur des sujets qui pourraient les valoriser auprès de leurs proches et leurs amis, favoriser la conversion de leur *motivation extrinsèque* pour les mathématiques⁷ en *motivation intrinsèque* pérenne. Ainsi, l'attention de l'élève aura tendance à se porter davantage vers les mathématiques par l'excitation de sa pratique. La passion pour les mathématiques semble se construire autour de 7-11 ans pour les enfants, est-il possible de susciter un sentiment similaire au lycée ?
 8. **L'écueil de la souffrance des enseignants** : mettre à leur disposition un manuel qui explique les concepts, les « savoirs implicites » qu'ils n'ont peut-être pas eus.
 - Un but secondaire est que ce livre de « savoirs implicites » sur les concepts, les méthodes et la démarche mathématiques permettent aux chercheurs non mathématiciens de communiquer plus facilement avec les mathématiciens.
 9. **L'écueil de l'aura qui provoque de l'auto-censure** : donner à voir des exemples de mathématiciens et de mathématiciennes moins « géniaux ». Particulièrement pour les filles, il semble nécessaire de montrer qu'elles sont loin d'avoir été absente de l'histoire des mathématiques, de la physique et de l'informatique, et qu'elles peuvent tenir une place de premier plan. Des témoignages seraient très précieux, notamment en sollicitant au moment de l'école d'été des **associations de promotion des femmes**⁸ qui viendraient parler de leur

7 La motivation extrinsèque est la motivation qui vient de facteur externe à soi : avoir de bonnes notes, avoir des compliments de nos proches. La motivation intrinsèque vient de la pratique d'une activité pour elle-même : chez un mathématicien professionnel, faire des mathématiques est source de frustration, mais surtout de plaisir. La motivation intrinsèque a plusieurs avantages par rapport à la motivation extrinsèque (voir : https://www.researchgate.net/publication/311692691_Intrinsic_and_Extrinsic_Motivation), d'où l'intérêt de chercher à favoriser la transformation chez un élève d'une motivation extrinsèque à une motivation intrinsèque quand on parle des mathématiques.

8 Voir : <https://femmes-et-maths.fr/association/partenaires/>.

métier pour casser le stéréotype du mathématicien dans sa tour d'ivoire, mais il ne faut pas oublier les garçons qui ont d'autres soucis en milieu scolaire que les filles.

Concrètement, en résumé :

- Produire un livre qui soit un ensemble d'heuristiques sur les concepts. Il contiendrait des éclairages pour les *Commençants*⁹ pour chaque année du cycle Licence, à étudier pendant les vacances précédant l'année.
- L'**école d'été** serait un aperçu du contenu pour l'année de Licence 1, comme une petite « Licence 0 », à destination d'élèves de Terminale, pour tenter de **faciliter leur transition** vers l'enseignement Supérieur et tenter de leur **donner goût** aux mathématiques en présentant sa démarche comme une aventure humaine enrichissante, pleine de **vitalité**, pour peu qu'on en possède les codes¹⁰.

Objectifs scientifiques

- Étudier l'effet de l'explication des concepts sur la motivation des élèves. Cela se fera en deux points :
 - Effectuer un suivi longitudinal des enfants qui bénéficieraient de cette école d'été.
 - Des questionnaires pré- et post-école d'été sur leur perception des mathématiques et leur sentiment de « **capabilité** » associé.

Historique

Ce projet s'inscrit dans des projets qui surviennent dans l'histoire pour tenter d'améliorer la perception des mathématiques et montrer leur vitalité et l'espace de liberté qu'ils peuvent représenter. Nous avons cités ici quelques auteurs comme Clairaut, Castelnuovo ou Kolmogorov qui ont porté des projets similaires, bien que le nôtre soit beaucoup plus modeste.

Objectifs qualitatifs

- Production du livre des « savoirs implicites ».
- Production de matériel tangible pour sentir et manipuler des transformations afin d'en dégager une démarche importante des mathématiques : la **classification** des relations. Les fichiers seront mis à disposition pour pouvoir être répliqués.
- Offrir des **sujets transversaux** pour les concepts en étant en **interaction** avec d'autres disciplines :
 - Mathématiques du *deep learning* : comment des milliards d'opérations élémentaires peuvent faire croire à de l'intelligence ?
 - Mathématiques en informatique : les tables d'opération des machines de Turing et le fait que les lois deviennent des états avec les machines de Turing universelles. Lien avec la physique : la distinction loi et état est-elle toujours nécessaire ? Montrer que les mathématiques peuvent avoir des répercussions philosophiques.

9 Pour reprendre la dénomination que Clairaut donne aux débutants.

10 L'envie de travailler vient avec la persévérance, qui elle-même semble être liée à la motivation intrinsèque que l'on peut ressentir pour la discipline. Toute la question est donc : comment développer cette motivation intrinsèque ?

- Mathématiques en biologie¹¹ et biologie pour les mathématiques¹².
- *Cognition quantique*¹³, où comment appliquer les mathématiques de la quantique en psychologie pour les prises de décision.

Moyens

Un livre de « savoirs implicites », qui servira de base pour notre école d'été en mathématiques en juillet 2022. Un partenariat sera recherché auprès d'un éditeur spécialisé en mathématiques.

Ce livre est prévu pour être utilisable pour plusieurs écoles d'été selon le niveau visé : pour des étudiants sur le point de passer en L1, en L2, en L3. L'idée est de proposer quelque chose d'une qualité suffisante pour qu'il soit envisageable et désirable (si l'efficacité est avérée) d'intégrer ces écoles d'été comme des remises à niveau que l'on puisse proposer dans le cadre d'un cursus ou que le matériel pédagogique soit utilisé par des enseignants en activité en licence.

Des fichiers pour imprimantes 3D seront fournis, pour pouvoir servir dans des Fablabs, mais aussi des notebooks Jupyter pour certaines animations.

Égalités des chances

Cet aspect fondamental pour aider les étudiants à se sentir légitime et capable, donc à leur donner de la motivation à s'impliquer, a été détaillée un peu plus haut, dans le point (9).

Budget prévisionnel

Voir la feuille de budget prévisionnel ci-jointe (plus bas).

11 Des auteurs suggèrent que le rôle de la biologie au XXI^e siècle pour les mathématiques pourrait être équivalent à celui de la physique au XIX^e siècle, à savoir un creuset pour l'imagination et le développement de nouveaux concepts (voir par exemple : <https://www.molbiolcell.org/doi/full/10.1091/mbc.e12-03-0227>).

12 Au sein de l'association *Laboratoire Sauvage*, nous avons deux docteurs en biologie dont l'un qui est très intéressé par les interactions avec les mathématiques.

13 Contrairement à l'escroquerie de la « médecine quantique », il s'agit d'un réel champ disciplinaire émergent.

Budget			
Dépenses		Recettes	
Achat	0	Inscription à l'école d'été pour 15 élèves pour un prix unitaire de 50 euros	750
Services extérieurs (Impression 3D pour le matériel didactique 500 euros, sollicitation de chercheurs enveloppe prévue pour leur payer une prestation : 2500 euros)	3000	Fonds propres	2 380
Ressources humaines (Prestation pour animations sur une semaine pour une école d'été, 80 euros/heure pour 4h par jour pendant 5 jours, et la conception de l'animation par le Laboratoire Sauvage, 20 euros de l'heure pour 200h pour l'écriture du livre « Savoirs implicites »)	5 600	Aide demandée à la Fondation Blaise Pascale	8 000
Frais administratifs (Assurance pour les bénéficiaires de l'école d'été)	340	Aide Conseil Départemental 54	3 710
Frais d'organisation / logistique (Transports, frais de bouche et location de salle pendant l'école d'été)	4 900		
Frais de communication (impressions et distribution d'affiches)	1 000		
Total	14 840		14 840

SOUTIENS EN NATURE	
Moyens humains (bénévoles)	3 personnes fortement investies
Moyens matériels	3 ordinateurs